1 Určete číslo, jehož dvojnásobek je o 0,5 větší než jeho polovina. /Operace s čísly, s. 12/ **1 bod**

$2x$ .... dvojnásobek čísla x

$\frac{x}{2}$ .... polovina čísla x

Jestliže od dvojnásobku čísla x odečteme číslo 0,5, dostaneme polovinu čísla x:

$$2x - 0{,}5 = \frac{x}{2} \quad \Big| \cdot 2$$

$$4x - 1 = x \quad \Big| -x + 1$$

$$3x = 1 \quad \Big| : 3$$

$$x = \mathbf{\frac{1}{3}}$$

2 Pro vnitřní úhly trojúhelníku platí $\alpha : \beta : \gamma = 11 : 12 : 13$. /Úhly, s. 46/ **max. 2 body**

$11 + 12 + 13 = 36$ dílků je $180°$.
Jeden dílek je $180° : 36 = 5°$.

2.1 Určete $\alpha + \beta$.

$\alpha + \beta$ je $11 + 12 = 23$ dílků, což je $23 \cdot 5° =$ **115°**.

2.2 Určete $\gamma - \beta$.

$\gamma - \beta$ je $13 - 12 = 1$ dílek, což je **5°**.

3 **Vypočtěte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.** /Operace s čísly, s. 12/ **max. 4 body**

3.1 $2 \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{5 + \frac{1}{5}} = \frac{2}{5} - \frac{1}{\frac{25+1}{5}} = \frac{2}{5} - \frac{1}{\frac{26}{5}} = \frac{2}{5} - \frac{5}{26} = \frac{52-25}{130} = \mathbf{\frac{27}{130}}$

3.2 $\sqrt{\frac{0{,}2^2}{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{5} = \frac{0{,}2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{5} = \frac{0{,}2}{5} = \frac{2}{50} = \mathbf{\frac{1}{25}}$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

4 Zjednodušte: /Operace s algebraickými výrazy, s. 16/ **max. 4 body**

(Výsledný výraz nesmí obsahovat závorky ani zlomky.)

4.1 $\left[(a-2)^2-(a+2)^2+5a\right]^2=\left[a^2-4a+4-a^2-4a-4+5a\right]^2=[-3a]^2=\boldsymbol{9a^2}$

4.2 $\left(\dfrac{5a-2}{5}-\dfrac{2a-5}{2}\right)\cdot\dfrac{2b}{7}=\dfrac{2\cdot(5a-2)-5\cdot(2a-5)}{10}\cdot\dfrac{2b}{7}=\dfrac{10a-4-10a+25}{10}\cdot\dfrac{2b}{7}=$

$=\dfrac{21}{10}\cdot\dfrac{2b}{7}=\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{b}{1}=\dfrac{3b}{5}=\boldsymbol{0{,}6b}$

V záznamovém archu uveďte u obou částí úlohy celý postup řešení.

5 **Řešte rovnici:** /Lineární rovnice, s. 19/ **max. 4 body**

5.1 $\frac{x+1}{5} - 3 = 2x - 1 \quad | \cdot 5$

$x + 1 - 15 = 10x - 5 \quad | -x + 5$

$-9 = 9x \quad | : 9$

$\boldsymbol{x = -1}$

5.2 $2 \cdot (x + 5) - 10 = 0{,}5 \cdot (x - 6)$

$2x + 10 - 10 = 0{,}5x - 3$

$2x = 0{,}5x - 3 \quad | - 0{,}5x$

$1{,}5x = -3 \quad | : 1{,}5$

$x = -\frac{3}{1{,}5}$

$\boldsymbol{x = -2}$

V záznamovém archu uveďte u obou částí úlohy celý postup řešení (zkoušku nezapisujte).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Anička s Emou pekly společně koláče. Ema upekla o třetinu více koláčů než Anička. Anička si nechala třetinu koláčů, které upekla, Ema si z koláčů, které upekla, nechala polovinu. Zbylých 12 koláčů daly rodičům.

6 /Slovní úlohy, s. 21/ **max. 4 body**

Anička upekla .... x koláčů

Ema upekla .... $\left(x + \frac{x}{3}\right)$ koláčů

Dohromady upekly .... $\left(x + x + \frac{x}{3}\right)$ koláčů

$$\underbrace{\frac{x}{3}}_{\text{Anička}} + \underbrace{\frac{x + \frac{x}{3}}{2}}_{\text{Ema}} + \underbrace{12}_{\text{rodiče}} = \underbrace{x + x + \frac{x}{3}}_{\text{celkem}} \qquad \bigg| \cdot 6$$

$$2x + 3 \cdot \left(x + \frac{x}{3}\right) + 72 = 6x + 6x + 2x$$

$$2x + 3x + x + 72 = 14x$$

$$6x + 72 = 14x$$

$$72 = 8x$$

$$x = 9$$

6.1 Určete, kolik koláčů celkem Anička s Emou upekly.

Anička upekla 9 koláčů, Ema upekla $9 + \frac{9}{3} = 9 + 3 = 12$ koláčů.

Anička s Emou dohromady upekly $9 + 12 =$ **21 koláčů**.

6.2 **Určete, kolik koláčů si nechala Anička.**

Anička si nechala třetinu toho, co upekla, tedy **3 koláče**.

6.3 **Určete s přesností na jedno desetinné místo, kolik % ze všech koláčů upekla Ema.**

$$\begin{array}{lcr} \uparrow\ 21 \text{ koláčů} & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & 100\,\% \uparrow \\ \ \ 12 \text{ koláčů} & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & x\,\% \end{array}$$

$$\frac{x}{100} = \frac{12}{21}$$

$$x = \frac{1\,200}{21}\,\% = \frac{400}{7}\,\%$$

$$x \doteq 57{,}1\,\%$$

$$\begin{array}{l} 400 : 7 = 57{,}14 \\ \ \ 50 \\ \ \ \ \ 10 \\ \ \ \ \ \ \ 30 \end{array}$$

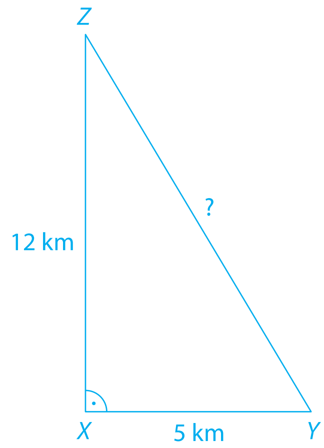
Ema upekla přibližně **57,1 %** ze všech koláčů.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Na mapě s měřítkem 1 : 500 000 jsou tři význačná místa označena jako body *X*, *Y*, *Z*. Úsečky *XY* a *XZ* jsou na sebe kolmé. Přímá vzdálenost bodů *X*, *Y* na mapě je 1 cm a přímá vzdálenost bodů *X*, *Z* na mapě je 2,4 cm.

7 /Rovinné útvary, s. 49/ **max. 3 body**

7.1 Vypočtěte v km skutečnou přímou vzdálenost míst, která jsou na mapě vyznačena body *Y*, *Z*.



Nejprve určíme skutečné vzdálenosti $|XZ|$ a $|XY|$:

$|XZ| = 2{,}4 \cdot 500\,000\ \text{cm} = 1\,200\,000\ \text{cm} = 12\ \text{km}$

$|XY| = 1 \cdot 500\,000\ \text{cm} = 500\,000\ \text{cm} = 5\ \text{km}$

Podle Pythagorovy věty vypočítáme $|YZ|$:

$|YZ| = \sqrt{12^2 + 5^2}\ \text{km} = \sqrt{169}\ \text{km} = \mathbf{13\ km}$

7.2 Vypočtěte v cm, jaký je obvod trojúhelníku *XYZ* na mapě.

13 km = 13 000 000 cm ve skutečnosti odpovídá
13 000 000 : 500 000 cm = 2,6 cm na mapě.

$o = (2{,}4 + 1 + 2{,}6)\ \text{cm} = \mathbf{6\ cm}$

7.3 Vypočtěte v hektarech, jaký obsah má trojúhelník *XYZ* ve skutečnosti.

Obsah trojúhelníku *XYZ* ve skutečnosti je:

$S = \dfrac{12 \cdot 5}{2}\ \text{km}^2 = 30\ \text{km}^2 = \mathbf{3\,000\ ha}$

8 /Převody jednotek, s. 34/ **max. 3 body**

8.1 Vypočtěte, o kolik metrů je kratší provázek délky 220 cm než provázek o délce 220 dm.

$220\ \text{dm} = 2\,200\ \text{cm}$
$(2\,200 - 200)\ \text{cm} = 1\,980\ \text{cm} = 19{,}8\ \text{m}$

Provázek je kratší **o 19,8 m**.

8.2 Vypočtěte, kolik litrů kapaliny je třeba dolít do nádoby o objemu 1 m^3, má-li být plná a dosud je naplněná právě do jedné čtvrtiny.

$1\ \text{m}^3 = 1\,000\ \text{dm}^3 = 1\,000\ \text{l}$

V nádobě je 250 l kapaliny $\left(\frac{1}{4}\ \text{z}\ 1\,000\ \text{l je}\ 250\ \text{l}\right)$.

Je potřeba dolít ještě $(1\,000 - 250)\ \text{l} =$ **750 l** kapaliny.

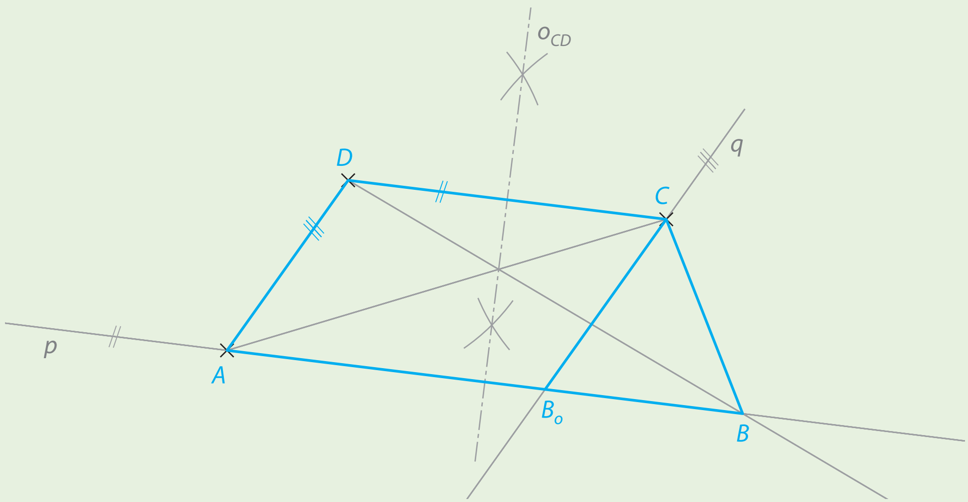
8.3 Vypočtěte, kolikrát během 2,75 hodiny uplyne 15 minut.

$2{,}75\ \text{h} = 2{,}75 \cdot 60\ \text{min} = 165{,}00\ \text{min} = 165\ \text{min}$
$165 : 15 = 11$

15 minut za 2,75 h uplyne **11krát**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině jsou umístěny body *A*, *C*, *D*, které neleží na jedné přímce. Úsečka *AC* je úhlopříčkou rovnoramenného lichoběžníku *ABCD* se základnou *AB* a zároveň úhlopříčkou rovnoběžníku AB_oCD.



Zápis konstrukce:

1. $p;\ p \parallel DC,\ A \in p$
2. $q;\ q \parallel AD,\ C \in q$
3. $B_o;\ B_o \in p \cap q$
4. rovnoběžník AB_oCD
5. o_{CD}; osa úsečky *CD*
6. $S \in AC \cap o_{CD}$
7. $B;\ B \in DS \cap p$
8. lichoběžník *ABCD*

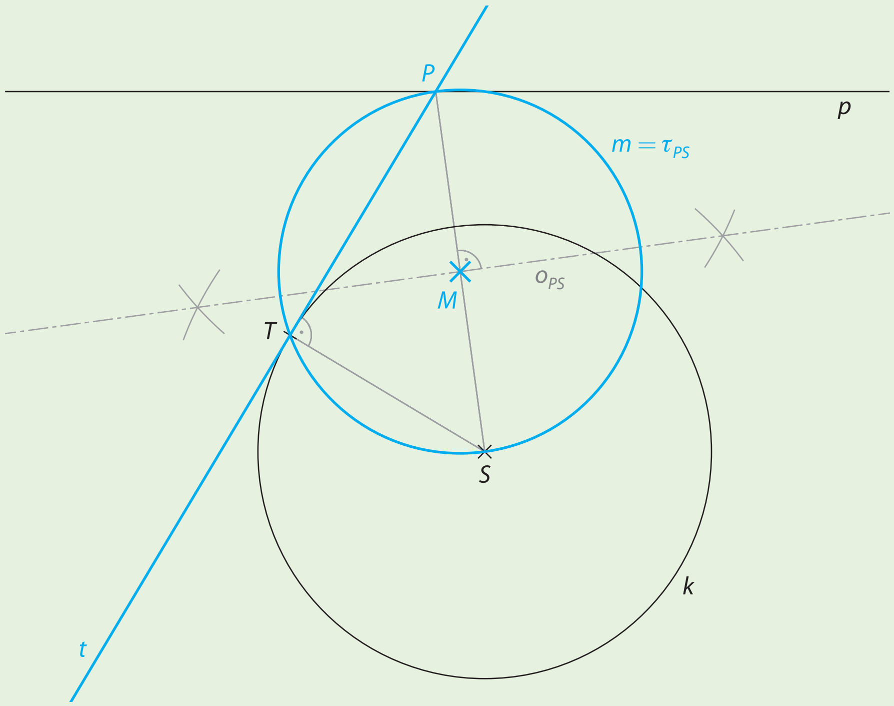
9 **Sestrojte zbývající vrchol *B* lichoběžníku *ABCD*, zbývající vrchol B_o rovnoběžníku AB_oCD a oba čtyřúhelníky narýsujte.** /Konstrukční úlohy, s. 36/ **max. 2 body**

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

Úlohu lze řešit více způsoby, pro konstrukci lichoběžníku (i rovnoběžníku) můžeme využít také kružnici $k\left(C;\ r = |AD|\right)$.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží přímka p a kružnice k se středem S. Na kružnici k leží bod T. Přímka p nemá s kružnicí k žádný společný bod.



10.1 Zápis konstrukce:

1. t; $t \perp ST$, $T \in t$
2. P; $P \in t \cap p$

10.2 Zápis konstrukce:

1. o_{PS}, osa úsečky PS
2. M; $M \in PS \cap o_{PS}$
3. m; $m = \tau_{PS}$

Střed kružnice opsané trojúhelníku PST leží v průsečíku os jeho stran.
Kružnice m je navíc opsaná trojúhelníku PST, který je pravoúhlý s pravým úhlem při vrcholu T. Proto její střed leží ve středu přepony PS.

10 /Konstrukční úlohy, s. 36/ **max. 3 body**

10.1 **Sestrojte v bodě T tečnu ke kružnici k a označte ji t. Průsečík přímky p s přímkou t označte P.**

10.2 **Sestrojte kružnici m, která prochází body P, S, T. Střed kružnice m označte M.**

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Matěj dostává každý měsíc stejně vysoké kapesné. Letos si dal novoroční předsevzetí, že si bude alespoň čtvrtinu kapesného ukládat do pokladničky. Na začátku roku byla pokladnička prázdná. V lednu dal do pokladničky celkem čtvrtinu měsíčního kapesného a ještě 50 Kč navíc. V únoru dal celkem do pokladničky polovinu toho co v lednu. V březnu dal celkem do pokladničky trojnásobek toho co v únoru. Během prvních třech měsíců z pokladničky nic nevybral. V dubnu vybral z pokladničky všechny peníze, přidal polovinu měsíčního (dubnového) kapesného a koupil si za celou tuto částku knihu, jejíž cena byla 400 Kč.

11 **Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).** /Slovní úlohy, s. 21/ **max. 4 body**

		A	N
11.1	V únoru Matěj uspořil méně než čtvrtinu kapesného.	☐	☒
11.2	Matěj dával do pokladničky v prvním čtvrtletí každý měsíc v průměru 100 Kč.	☒	☐
11.3	Matěj dostává každý měsíc kapesné 200 Kč.	☒	☐

Měsíční kapesné .... x Kč

V lednu .... $\left(\frac{x}{4}+50\right)$ Kč

V únoru .... $\left(\frac{x}{4}+50\right)\cdot\frac{1}{2}=\left(\frac{x}{8}+25\right)$ Kč

V březnu .... $3\cdot\left(\frac{x}{8}+25\right)$ Kč

V dubnu .... $\frac{x}{2}$ Kč

V lednu uspořil $\frac{200}{4}+50=100$ Kč.

V únoru uspořil $\frac{100}{2}=50$ Kč.

V březnu uspořil $3\cdot 50=150$ Kč.

V dubnu uspořil $\frac{200}{2}=100$ Kč.

$$\left(\frac{x}{4}+50\right)+\left(\frac{x}{8}+25\right)+3\cdot\left(\frac{x}{8}+25\right)+\frac{x}{2}=400$$

$$\frac{2x}{8}+50+\frac{x}{8}+25+\frac{3x}{8}+75+\frac{4x}{8}=400 \qquad \big|\cdot 8$$

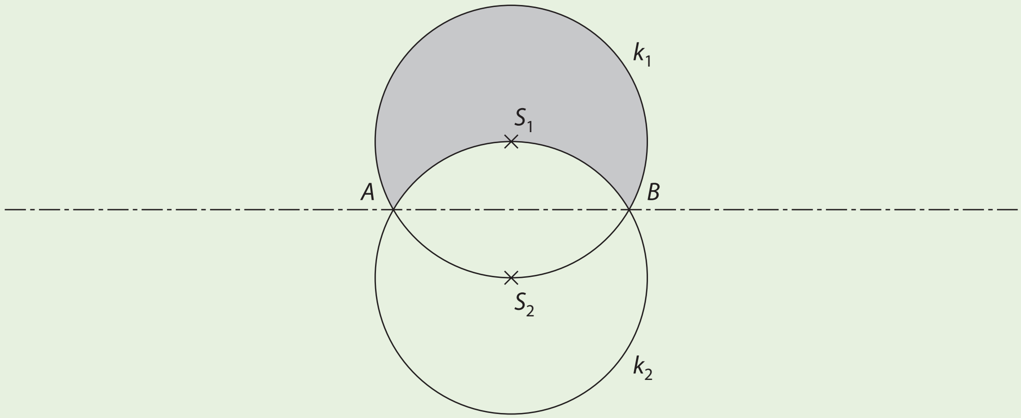
$$2x+400+x+200+3x+600+4x=3\,200$$

$$10x=2\,000$$

$$x=200$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Kružnice k_2 je obrazem kružnice k_1 v osové souměrnosti s osou AB. Vzdálenost $|S_1S_2| = 4$ cm.



12 **Jaký je obvod šedě vybarveného obrazce?** /Rovinné útvary, s. 49/ **2 body**
Výsledek je zaokrouhlený na celé mm.

A) 251 mm B) 1 256 mm C) 2 512 mm D) 5 024 mm E) žádný z uvedených

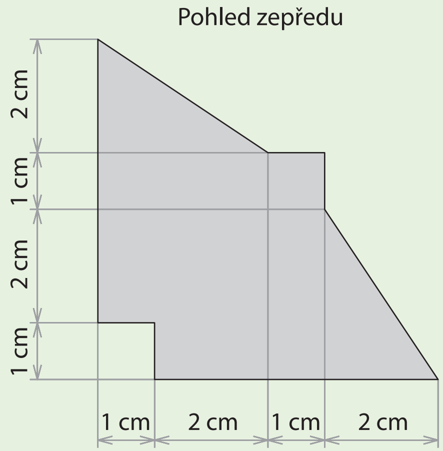
Obvod vybarveného obrazce je stejný jako obvod kružnice, neboť kratší oblouk AB na kružnici k_1 má stejnou délku jako kratší oblouk AB na kružnici k_2 (jsou osově souměrné).

$o = 2\pi \cdot 4$
$o \doteq 8 \cdot 3{,}14$ cm
$o \doteq 25{,}12$ cm
$o \doteq 251{,}2$ mm $\doteq 251$ mm

Správná odpověď je **A**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZKY K ÚLOHÁM 13–14

Na obrázku je znázorněno těleso, které vzniklo vyříznutím z krychle s hranou délky 6 cm. Přední a zadní stěna nového tělesa zůstaly rovnoběžné a shodné.



/Tělesa, s. 53/ **2 body**

13 Jaký je objem tělesa na obrázku?

A) 108 cm^3 B) 126 cm^3 C) 132 cm^3
D) 138 cm^3 E) jiný objem

/Tělesa, s. 53/ **2 body**

14 Jaký je obsah spodní podstavy tělesa na obrázku?

A) 18 cm^2 B) 30 cm^2 C) 36 cm^2
D) 72 cm^2 E) jiný obsah

13 Na těleso na obrázku se můžeme dívat jako na „položený“ hranol, jehož podstavou je jeho přední stěna.

Objem tělesa na obrázku vypočítáme tak, že obsah podstavy S_p vynásobíme výškou.

Výškou je hrana krychle, která zůstala nezměněna, tj. 6 cm.

$$S_p = \left(4 \cdot 4 - 1 \cdot 1 + 2 \cdot \frac{2 \cdot 3}{2}\right) cm^2$$

$$S_p = (16 - 1 + 6)\ cm^2$$

$$S_p = 21\ cm^2$$

Obsah podstavy S_p dosadíme do vzorce pro objem:

$$V = S_p \cdot v$$

$$V = 21 \cdot 6\ cm^3$$

$$V = 126\ cm^3$$

Správná odpověď je **B**.

14 Spodní podstavou nového tělesa je obdélník, na kterém těleso stojí.

$$S = a \cdot b$$

$$S = 5 \cdot 6\ cm^2$$

Správná odpověď je **B**.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 15

Ze 120 maturantů jedné střední školy právě třetina maturovala z matematiky a zbytek maturoval z angličtiny. Celkem 25 % maturujících z matematiky neuspělo. Z těch, kteří maturovali z angličtiny, neuspělo 10 %.

	Angličtina	Matematika
Počet maturantů z daného předmětu	80	40
Počet úspěšných maturantů z daného předmětu	72	30
Počet neúspěšných maturantů z daného předmětu	8	10

15 Přiřaďte ke každé otázce (15.1–15.3) odpovídající hodnotu (A–F). /Procenta, s. 26/ **max. 6 bodů**

A) (o) 15 % **B)** (o) 25 % **C)** (o) 50 % **D)** (o) 75 % **E)** (o) 100 % **F)** (o) jiný počet

Nejprve vypočteme chybějící údaje v tabulce.

Z matematiky maturovalo $\frac{1}{3}$ ze 120 .... $\frac{1}{3} \cdot 120 = 40$ žáků

Z nich neuspělo 25 %, tj $\frac{1}{4}$ ze 40 .... $\frac{1}{4} \cdot 40 = 10$ žáků

Z angličtiny maturovalo .... $120 - 40 = 80$ žáků

Z nich neuspělo 10 %, tj. $\frac{1}{10}$ z 80 .... $\frac{1}{10} \cdot 80 = 8$ žáků

15.1 O kolik % převýšil počet maturantů z angličtiny počet maturantů z matematiky? E

40 maturantů z matematiky .... 100 %
80 maturantů z angličtiny .... dvakrát více, tedy 200 %, a to je o 100 % více

Správná odpověď je **E**.

15.2 Kolik % ze všech maturantů školy složilo úspěšně maturitu z matematiky? B

120 maturantů .... 100 %
30 úspěšných z matematiky .... čtyřikrát méně, tedy 25 %

Správná odpověď je **B**.

15.3 Kolik % ze všech maturantů neuspělo alespoň v jednom z uvedených předmětů? A

120 maturantů .... 100 %
18 neúspěšných .... x %

$$\frac{x}{100} = \frac{18}{120}$$

$$x = \frac{18 \cdot 100}{120}\ \% = \frac{180}{12}\ \% = 15\ \%$$

Správná odpověď je **A**.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 16

V následující tabulce jsou čísla ve druhém řádku umístěna podle určité zákonitosti.
Čísla v prvním řádku určují pořadí.

Pořadí	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	…	19.	…
Číslo	2	6	12	20	30	42	56	…	380	…

16 /Nestandardní úlohy, s. 59/ **max. 4 body**

16.1 Určete součet 99. a 100. čísla ve druhém řádku.

Číslo na druhém řádku je vždy součinem čísla stojícího nad ním a čísla o jedna většího
(např. 20 je součinem 4 a 5).
Potom číslo, které stojí na 99. místě, je součinem $99 \cdot 100 = 9\,900$.
Číslo, které stojí na 100. místě, je součinem $100 \cdot 101 = 10\,100$.
Součet 99. a 100. čísla ve druhém řádku je $9\,900 + 10\,100 =$ **20 000**.

16.2 Určete, kolikáté v pořadí je číslo 420.

Číslo **420** je na 20. místě ($20 \cdot 21 = 420$).

16.3 Najděte největšího společného dělitele všech čísel ve druhém řádku.

Čísla ve druhém řádku jsou vždy součinem jednoho sudého a jednoho lichého čísla, a tudíž jsou sudá.
Nejmenším z nich je číslo 2.
Největším společným dělitelem všech čísel ve druhém řádku je **2**.